

## 面外力を受ける平面部材

## - Plates Subjected to Transverse Forces -

東京都市大学院 構造安全工学研究室 岡本 翔太

本レポートは、柱・梁のような棒部材ではなく、平面部材について考える。平面状に広がりを持つ平面部材は、その面の直交方向からの荷重を受けるスラブやおよび面内方向の荷重（特に面内せん断）に抵抗する平面部材に大別される。前者のスラブは床部材のように水平部材として用いられ、面外荷重による曲げモーメントやせん断力に抗するもので、その力学的挙動は梁部材に比較的近い。面内力を受ける平面部材は、例えば建築建屋の壁式構造（shear wall）や格納容器やタンクなどの構成要素となり、いずれも鉛直部材として使用され、面内方向の鉛直荷重や水平力に対する抵抗機構が優れている。本レポートでは、前者の面外荷重を受ける部材を取り扱い、このうち1方向スラブ（one-way slab）における終局耐荷力の計算について述べる。

## 1. スラブの種類と解析方法

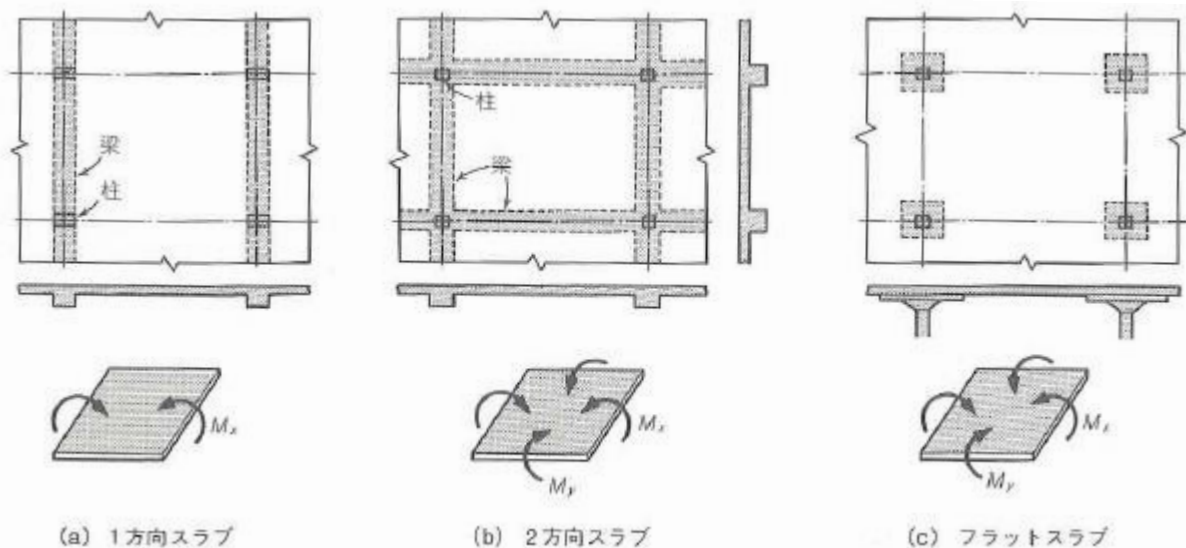


図-1 スラブの分類と作用する曲げモーメント

スラブ (slab) は、図-1 のように周辺の2辺・3辺・4辺で連続的に支持される周辺支持スラブ (edge-supported slab)、および周辺に梁を用いることなく柱頭で直接支持されるフラットスラブ (flat slab) に分けられる。あるいは、支持条件によって連続スラブや単純スラブのようにも分類される。このようなスラブは、鉛直方向からの荷重（面外荷重）に抵抗し、発生する断面力は平面上に分布し、スラブの平面形状と断面や周辺の支持条件によって異なり、複雑な応力状態となる。

スラブの単位要素には、面内荷重を無視するとして（面外）曲げモーメント、（面外）せん断力やねじりモーメントが作用するが、一般に曲げモーメントが卓越し、せん断破壊の可能性が少ないため、せん断補強を必要としない。ただし、過大な集中荷重の直下および支持線からの近傍では、せん断破壊に対する適切な処理が必要としない。このため、スラブの設計に関しては、まず曲げモーメントの分布を解析することが主となり、必要に応じて支点付近のせん断および集中荷重下の押抜きせん断をチェックすることになる。したがって、現行の標準示方書において、次のような基本事項が記されている。

まず、スラブに作用する曲げモーメントに対する考え方は、以下のようにまとめられる。

- (1) スラブの曲げモーメントに対する考え方に準じ、単位幅あたりの梁として一般に直角2方向について検討する。ただし、主曲げモーメントが配筋方向に一致しない場合、すべての方向に適切な曲げ耐力が必要である。
- (2) 周辺支持のスラブの内、相対する2辺で支持されたものを1方向スラブ、4辺で支持されたものを2方向スラブと呼ぶ。2方向スラブは曲げモーメントの分布に従って直角2方向に配筋し、1方向スラブについては主方向に主筋を配し、その直角方向にも配力鉄筋を配置する。
- (3) 2方向スラブの場合、薄板理論または近似解法によって2方向の断面力を求める。ただし、不当辺スラブの場合は、短スパン  $l_c$  と長スパン  $l_y$  との比  $l_c/l_y$  によって、

$$\frac{l_c}{l_y} \leq 0.4 \rightarrow 1 \text{ 方向スラブ (短スパンで設計, 長スパンに配力鉄筋を配する)} \quad (1.1a)$$

$$1 \geq \frac{l_c}{l_y} > 0.4 \rightarrow 2 \text{ 方向スラブ (短スパン, 長スパンの両方を考える)} \quad (1.1b)$$

のように分類する。

一方、せん断に対しては、

- (1) 1方向の断面内で、梁部材として支点近傍におけるせん断耐力を検討する。
- (2) 集中荷重の周囲や支点近傍において、円錐状または角錐状に破壊する押抜きせん断の検討を行う。などが記載されている。

## 2. 1方向スラブの曲げモーメント算定方法

1方向スラブの解析は、図-2のように荷重の作用状態によって異なる。まず、等分布荷重を受ける場合(図-2(b))、 $x$ 方向の曲げモーメント  $M_x$  が検討対象となるが、これは幅  $b$  の梁が  $y$  方向に連続的に並べられたものと考えることができる。したがって、幅  $b$  あたりの単位曲げモーメント  $m_x$  は、

$$m_x = \frac{M_x}{b} \quad (\text{kN} \cdot \text{m/m}) \quad (2.1)$$

のように、簡単に表すことができる(通常は  $b=1\text{m}$  とする)。

一方、集中荷重が作用した場合(図-2(c))、その作用幅  $v$  より遠方に、両方向の曲げモーメントを生じ、複雑な応力状態となる。このため、実際の有効幅は作用幅  $v$  よりさらに大きい値がとれることを意味し、単純支持の場合、標準示方書では次式を与えている。

$$c \geq 1.2x \left(1 - \frac{x}{l}\right) \text{ の場合: } b_e = v + 2.4x \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (2.2a)$$

$$c < 1.2x \left(1 - \frac{x}{l}\right) \text{ の場合: } b_e = c + v + 2.4x \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (2.2b)$$

また、両端固定の1方向スラブに対しては、

$$\text{中央部の正の曲げモーメント: } b_e = v + x \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (2.3a)$$

$$\text{固定端の負の曲げモーメント: } b_e = v + 0.5x \left(2 - \frac{x}{l}\right) \quad (2.3b)$$

のように記されている。ここで、 $c$ : 集中荷重の分布幅の端からスラブ自由端までの距離、 $x$ : 集中荷重作用点からもっとも近い支点までの距離、 $l$ : スラブのスパン、 $u$ ,  $v$ : 荷重の分布端を示す。

これは、(図-2 (c)) の実線で示したように、荷重の作用位置  $x$  が支点から遠ざかるほど、大きな有効幅を取ることができる。したがって、単位曲げモーメント  $m_x$  は単純支持の場合、

$$m_x = \frac{M_x}{b_e}, \text{ ただし, } M_c = \left(1 - \frac{u}{2l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right) Px \quad (2.4a)$$

となる。例えば、最大曲げモーメントとして  $x = 0.5l$  の場合を考えると、式 (2.2a) と式 (2.4a) を用いると

$$m_{x,max} = \frac{1 - \frac{u}{2l}}{v + 0.6l} \cdot \frac{Pl}{4} \quad (2.4b)$$

となる。この場合、有効幅は作用幅  $v$  の両端に  $0.3l$  ずつ増幅し得ることを意味する。

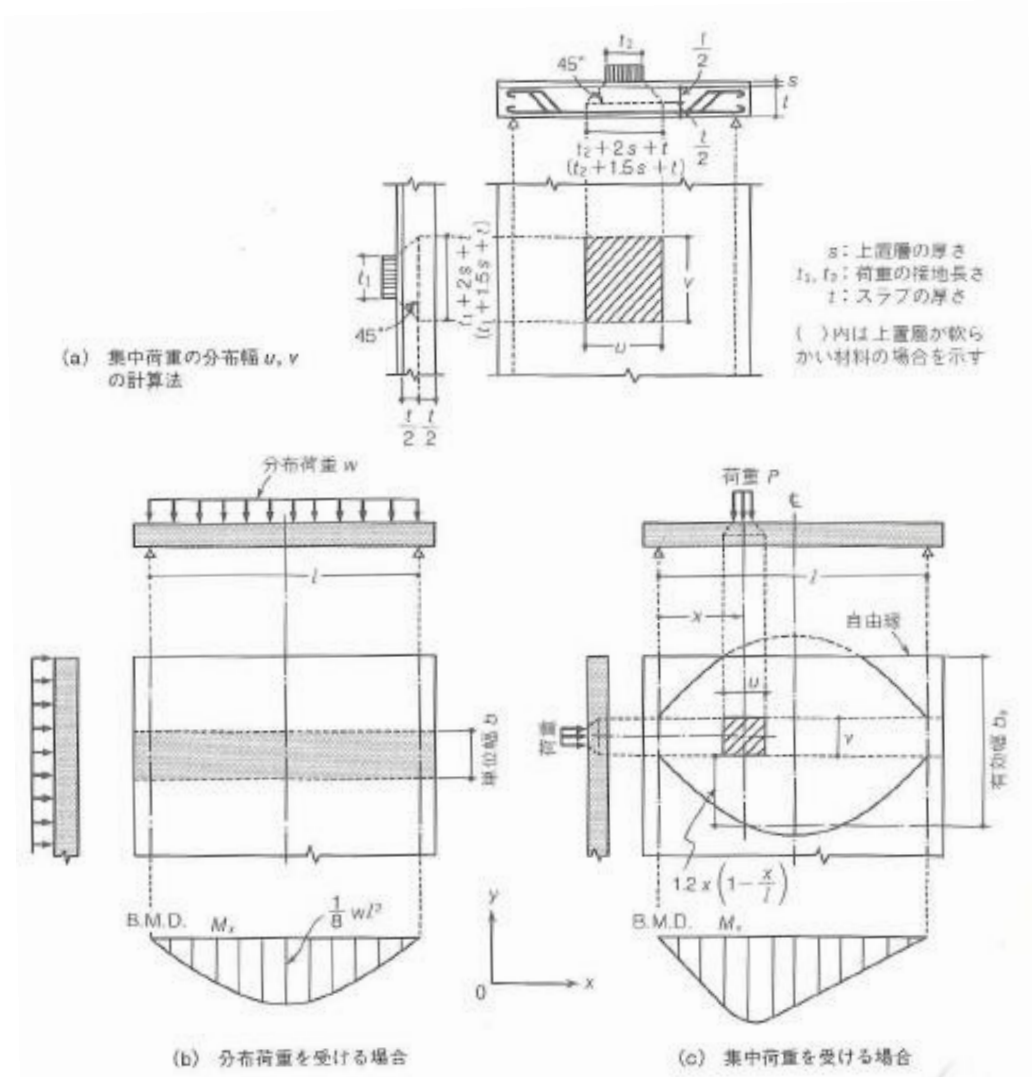


図-2 スラブの分類と作用する曲げモーメント

### [配力鉄筋]

1 方向のスラブの場合、上記で算定された  $m_x$  に対して主鉄筋を設計するが、その直交方向に対しては配力鉄筋 (distribution reinforcement) を配置する必要がある、次のように計算される。

#### ■ 等分布荷重の場合：

$$\text{単位長さあたりの配力鉄筋の断面積} = \beta \times (\text{単位幅あたりの主鉄筋断面積}) \quad (2.5)$$

ここで  $\beta$  は通常  $1/6$  以上とするが、詳細は表-1 に示す。

表-1 配力鉄筋の係数 (等分布荷重)

$l/d$	$\leq 0.5$	0.7	1.0	2.0
-------	------------	-----	-----	-----

$\beta$	1/6	0.16	0.13	0.07
---------	-----	------	------	------

■ 集中荷重の場合：

$$\text{単位長さあたりの配力鉄筋の断面積} = \alpha \times (\text{単位幅あたりの主鉄筋断面積}) \quad (2.6)$$

ここで、係数  $\alpha$  は次式のような 2 ケースに分かれる。

[1] スラブ中央付近荷重（下側配力鉄筋）：

$$\alpha = \left(1 - 0.25 \frac{l}{b}\right) \left(1 - 0.8 \frac{v}{b}\right) \quad (\text{ただし, } l/b \text{ は } 2.5 \text{ を最大値とする}) \quad (2.7a)$$

[2] スラブ縁端付近荷重（上側配力鉄筋）：

$$\alpha = \frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{v}{b}\right) \quad (2.7b)$$

すなわち、 $M_y$  に対して [1] では正の曲げモーメント， [2] では負の曲げモーメントに抗するためである。なお、この係数  $\beta$ ，  $\alpha$  は 1 より小さい数値となることを留めておく。

### 3. スラブの押抜きせん断

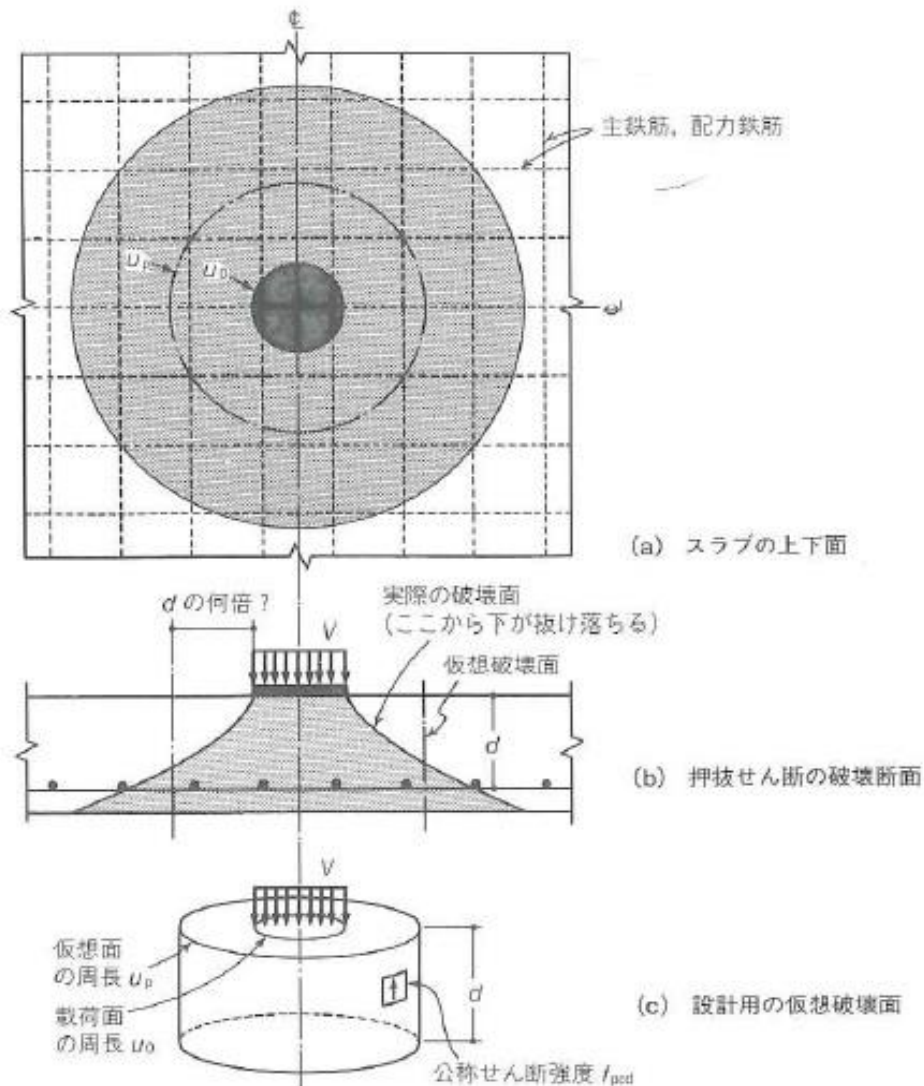


図-3 押抜きせん断の破壊メカニズムと仮想破壊面

鉄筋コンクリートスラブは、柱や支持部材を通じて部分的に鉛直荷重が集中する場合があります、このとき押抜きせん断による破壊(punching shear failure)に注意する必要があります。フラットスラブの柱頭部や杭基礎/直接基礎上のフーチングなどがその代表例である。押抜きせん断は、平面状に広がるスラブに面外へコーン状に押し抜いた破壊を示し、通例は極めて脆性的な終末となる。これは梁部材のせん断破壊と同様のメカニズムで説明できるが、軸対称の3次元的な破壊面を呈するため、その定量的評価はより困難になる。これは、図-3 (a), (b)のように模式的に表すことができ、載荷面(上面)の周長 $u_0$ から破壊面が末広がり拡大し下面まで到達し、押し抜ける。このせん断破壊面は $30^\circ \sim 35^\circ$ の傾斜面を持ち、独立フーチングではほぼ $45^\circ$ となり、塑性理論の理論解(上昇値)によれば、載荷面から直線で始まり、その後垂線で下面に至る。

一方、設計に際しては図-3 (c)のような円筒状の仮想破壊面(限界断面)に設定して、この仮想面の単位面積あたりの平均的な公称せん断強度を考える。したがって、スラブの押抜きせん断の終局耐力は、「仮想破壊面の面積×公称せん断強度」という形で表すことができ、以降に示す各算定式はこのように見るとわかりやすい。このときの影響因子は数多くあるが、主なものを挙げると、

- 形状寸法 → 載荷領域の大きさとスラブ厚さ
- 強度特性 → コンクリート強度
- 補強筋 → 主筋(用心鉄筋)の鉄筋比
- 寸法効果 → 有効厚さについての寸法効果
- その他 → 曲げモーメント、周辺の拘束条件

が指摘されている。ここでは、押抜きせん断耐力に関する現行コンクリート標準示方書での設計耐力式を述べる。コンクリート標準示方書の終局耐力は、梁部材のせん断耐力式のコンクリート負担部(前回レポート参照)と同じ形式をとることをここに留めておく。

$$V_{pca} = \beta_d \beta_p \beta_r f_{pca} u_p d / \beta \gamma_d \quad (2.8)$$

$$\text{公称せん断強度} : f_{pca} = 0.20 \sqrt{f_{cd}} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (2.9)$$

$$d \text{ についての寸法効果} : \beta_d = \sqrt[4]{100/d}, \beta_d > 1.5 \text{ のとき} \quad \beta_d = 1.5 \text{ (} d : \text{mm)} \quad (2.10)$$

$$p \text{ についての影響係数} : \beta_p = \sqrt[3]{100p}, \beta_p > 1.5 \text{ のとき} \quad \beta_p = 1.5 \text{ (} p = (p_x + p_y)/2\text{)} \quad (2.11)$$

$$u_0/d \text{ についての影響係数} : \beta_r = 1 + \frac{1}{1 + 0.25u_0/d} \quad (2.12)$$

$$\text{仮想面の周長} : u_p = u_0 + 2\pi \cdot \frac{d}{2} \quad (2.13)$$

$$\text{部材係数} : \gamma_b \text{ 通例 1.3 とする} \quad (2.14)$$

#### 4. 対象部材

対象部材は、図-2に示すような中央に荷重 $V$ を受ける1方向スラブであり、スラブの各諸元および材料特性を表-2と表-3に示す。ただし、算定式としては、標準示方書の各式を用いるが、簡単のため安全係数については一切考えない。

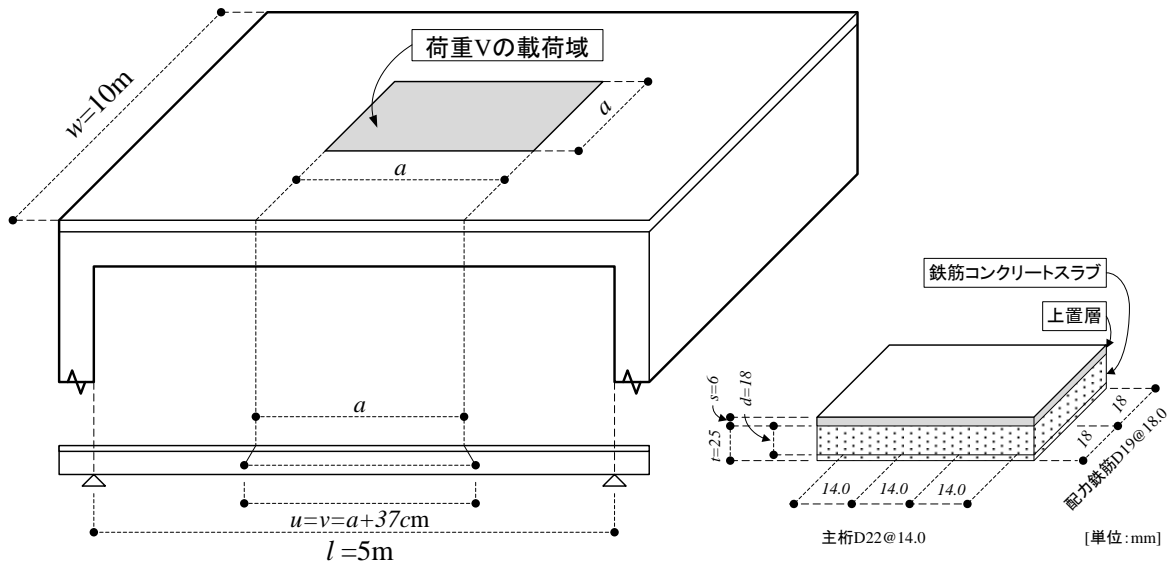


図-3 対象部材（荷重  $V$  を受ける 1 方向スラブ）

表-2 スラブ諸元

スラブ諸元				
スパン	$l$	(m)	5.0	
幅	$w$		10.0	
載荷面の辺長	$a$		0	～ 60
スラブ有効幅	$d$	(cm)	18	
全厚さ	$t$		25	
上置層	$s$		6	
鉄筋 諸元				
主鉄筋	D22	@	14.0	(cm)
配力鉄筋	D19	@	18.0	(cm)
D22	A	(cm <sup>2</sup> )	3.871	
D19			2.865	

表-3 材料特性

材料条件			
( $\square$ ) 引張強度	$f_{ck}$	(N/mm <sup>2</sup> )	30
(鉄) 圧縮強度	$f_{yk}$		345

## 5. 最大耐荷力の算出

### 5-1. 曲げ破壊で決まる場合

スラブの終局耐荷力が、曲げ破壊で決まる場合の荷重  $V_m$  ( $l=3m$  方向の 1 方向スラブとし、 $x=0.5l$  で考える) を求める。荷重を求めるにあたって、荷重の載荷域（接地面積： $a \times a$ ）をパラメータとし、その計算過程を表-4 に、計算結果を表-5 に示す。表中の「-----」は、 $a$  によって計算結果が変化するので、計算過程を省略して表記している。

表-4 荷重計算過程（曲げ耐力）

分布幅	$u$ (=v)	(cm)	$a+2s+t$	$a+37$
有効幅	$b_e$		$v+2.4x(1-x/l)$	$v+300$
最大曲げモーメント	$M_{max}$	(kN・m)	$(1-u/2l)(1-x/l)Vx$	$(1-u/600)0.75V$
鉄筋比	$p$	(-----)	(D22@14.0)/bd	0.0154
力学的鉄筋比	$pf_y$	(N/mm <sup>2</sup> )		5.30
単位幅(1m)の曲げ終局耐力	$m_a$	(kN・m/m)	$bd^2pf_y(1-1/1.7/pf_y/f_c)$	154
最大単位幅モーメント	$m_{max}$	(kN・m/m)	$M_{max}/b_e$	-----
曲げ耐力による荷重	$V_m$	(kN)	$m_a/m_{max}$	-----

表-5 荷重計算結果（曲げ耐力）

$a$	(cm)	0	10	20	30	40	50	60
$u$ (=v)		37.0	47.0	57.0	67.0	77.0	87.0	97.0
$b_e$	(cm)	337.0	347.0	357.0	367.0	377.0	387.0	397.0
$m_{max}$	(kN・m/m)	0.209V	0.199 V	0.190 V	0.182 V	0.173 V	0.166 V	0.158 V
$V_m$	(kN)	737	772	809	848	887	929	972

## 5-2. 押抜きせん断で決まる場合

スラブの終局耐荷力が、押抜きせん断破壊で決まる場合の荷重  $V_{pc}$  を求める。荷重を求めるにあたって 5-1. と同じく、荷重の載荷域（接地面積： $a \times a$ ）をパラメータとし、その計算過程を表-6 に、計算結果を表-7 に示す。表中の「-----」は、 $a$  によって計算結果が変化するので、計算過程を省略して表記している。

表-6 荷重計算過程（押抜きせん断）

主鉄筋比	$p_1$	(-----)	(D22@14.0)/bd	0.0154
配力鉄筋比	$p_2$		(D19@18.0)/bd	0.0099
平均鉄筋比	$p$		$(p_1+p_2)/2$	0.0127
載荷面の周長	$u_0$	(cm)	$4a$	-----
仮想面の周長	$u_p$		$4a+16\pi$	-----
コンクリートの設計引張強度	$f_{pc}$	(N/mm <sup>2</sup> )	$0.20\sqrt{f_c}$	1.095⇒1.1
せん断耐力に関する有効高さの係数	$\beta_d$	(-----)	$\sqrt[4]{(100/d)}$	1.535⇒1.5
せん断耐力に関する軸方向鉄筋の係数	$\beta_p$		$\sqrt[3]{(100p)}$	1.082⇒1.08
せん断耐力に関する軸方向圧縮力の係数	$\beta_r$		$1+1/(1+0.25(u_0/d))$	-----
	$\beta_d\beta_p\beta_r$			-----
押抜きせん断による荷重	$V_{pc}$	(kN)	$\beta_d\beta_p\beta_rf_{wc}b_wd$	-----

表-7 荷重計算結果（押抜きせん断）

$a$	(cm)	0	10	20	30	40	50	60
$u_p$	(cm)	50.3	40.0	80.0	120.0	160.0	200.0	240.0
$f_{pc}$	(N/mm <sup>2</sup> )	1.1						
$\beta_d\beta_p\beta_r$	(-----)	3.24	2.66	2.39	2.23	2.12	2.05	1.99
$V_{pc}$	(kN)	321	474	613	748	880	1011	1141

## 6. 考察

5-1. および 5-2. において、載荷面の辺長  $a$  をパラメータとした、曲げ耐力  $V_m$  と押抜きせん断耐力  $V_{pc}$  を図-4 に示し、この結果から得られた考察を述べる。

- $V_m$  と  $V_{pc}$  は、載荷面の辺長  $a$  の増大とともに、線形的に増加している。
- $a$  の増大による  $V_{pc}$  の増加割合は、 $V_m$  に比べて大きい。
- 本題で求められた終局耐力の結果は、教科書 pp.191-194 の〈例題 8.1〉と比較すると、スラブ断面を大きくしたことにより、各破壊形式（曲げ破壊または押抜きせん断）での終局耐力は上昇している。（本題の断面条件は、例題より断面を大きくする一方で、鉄筋比を例題とできるだけ等しくする）
- $a \approx 40$  (cm) 近傍を遷移点として、各破壊形式での終局耐荷力が、 $V_{pc}$  から  $V_m$  に移行する。
- 対象部材（1 方向スラブ）の破壊形式は、荷重を載荷したときに終局耐荷力の小さい方で決定する。
- $a$  が増大するにつれて、局所的な荷重の載荷での押抜きせん断破壊の先行から、広範囲に及ぶ荷重の載荷での曲げ破壊が支配的になる。

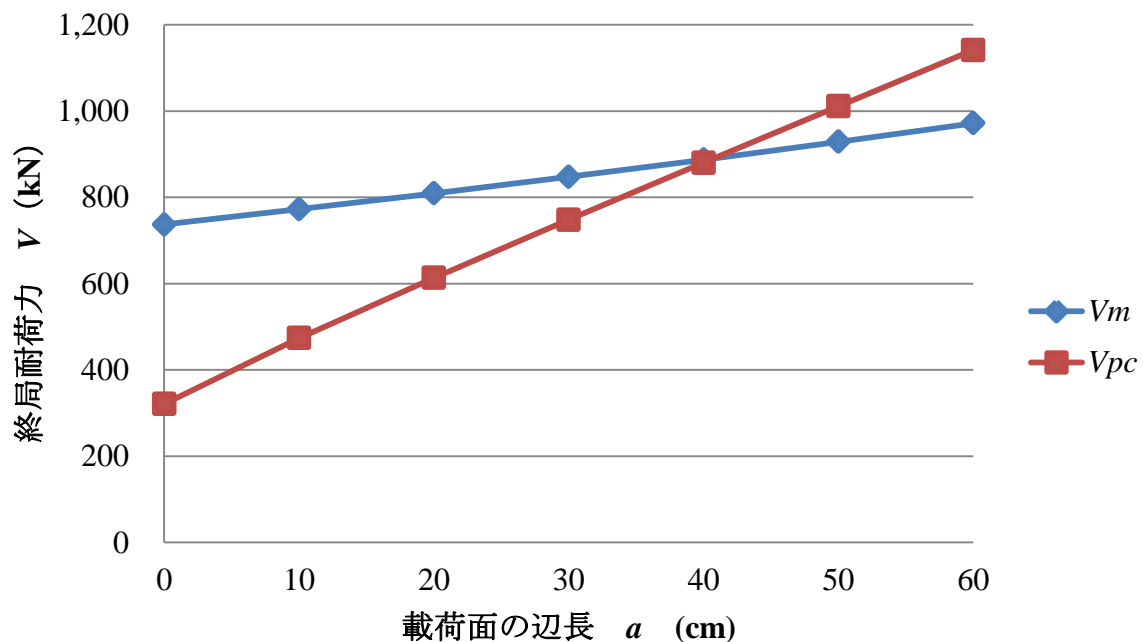


図-4 対象部材（1 方向スラブ）の終局耐力